



محمود نصیری

مفهوم‌های هندسی و حل مسئله

دایره

تعریف: هر پاره خطی را که دو انتهای آن دو نقطه متمایز دایره باشد، یک وتر دایره می‌نامند. C و D دو نقطه متمایز دایره $C(O,R)$ هستند و پاره خط CD یک وتر دایره است.

وتری را که شامل مرکز دایره باشد، قطر دایره می‌نامیم که اندازه آن $2R$ است. AB یک قطر دایره است و $AB = 2R$. مانند شعاع، قطر نیز به دو معنی به کار می‌رود. AB یک قطر دایره است و $AB = 2R$ قطر دایره است. دو یا چند دایره را که دارای یک مرکز باشند، دایره‌های هم‌مرکز می‌نامند.

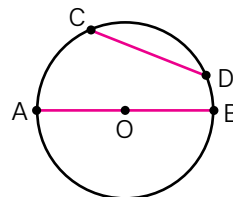
هم‌نهبشتی دو دایره

همان‌گونه که دو مثلث هم‌نهبشت را تعریف کردیم، می‌توانیم دو دایره هم‌نهبشت را نیز تعریف کنیم. قبلاً تعریفی کلی از هم‌نهبشتی به کمک تبدیل‌ها بیان کردیم. آن را یادآوری می‌کنیم:

در بخش قبلی دایره را تعریف کردیم. همچنین با شعاع، درون و برون دایره آشنا شدیم و ثابت کردیم که درون و روی دایره مجموعه‌ای محدب است. اکنون این قسمت را با تعریف‌های دیگری در دایره و ویژگی‌هایی از آن ادامه می‌دهیم.

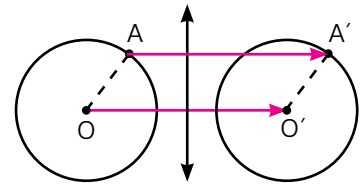
وتر و قطر دایره

اگر هر دو نقطه دلخواهی را روی دایره انتخاب و به هم متصل کنیم، پاره خطی را که رسم می‌شود یک وتر دایره می‌نامند؛ مانند وتر CD در شکل ۱.

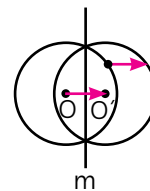


شکل ۱

دو شکل E و F را هم نهشت گوئیم، هرگاه یک تبدیل طولپای T (بازتاب یا دوران یا انتقال) وجود داشته باشد، به طوری که: $T(F)=E$. یعنی تبدیل یافته‌ی یکی تحت یک بازتاب یا دوران یا انتقال یا حتی ترکیبی از آن‌ها بر دیگری منطبق شود.



شکل ۲



شکل ۳

وقتی شعاع‌های دو دایره برابر باشند، همواره با یک انتقال به اندازه بردار OO' می‌توان یکی را بر دیگری منطبق کرد (شکل ۲). همچنین اگر عمود منصف OO' را رسم کنیم، یکی بازتاب دیگری نسبت به آن است (شکل ۳). حتی همواره با دوران‌های متفاوت می‌توانیم دو دایره با شعاع‌های برابر را بر هم منطبق کنیم. در نتیجه تعریف زیر را داریم:

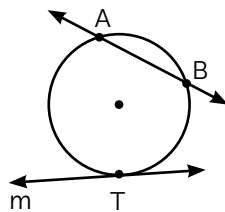
تعریف: دو یا چند دایره را هم نهشت گوئیم هرگاه شعاع‌های برابر داشته باشند، یا یک شعاع از یکی با یک شعاع از دیگری هم نهشت باشند.

فرض کنیم: $C \cong C'$ ، $C(O, R)$ و $C(O', R')$ و اگر فقط اگر $OA \cong O'A'$ که A و A' دو نقطه روی دو دایره‌اند، یا $C \cong C'$ اگر فقط اگر: $R = R'$.

♦♦ خط قاطع و خط مماس بر دایره

هرگاه AB وترى از یک دایره باشد، خط شامل آن را یک قاطع می‌نامیم (شکل ۴). هرچند که به طور شهودی مشخص است هر خط و دایره حداکثر دو نقطه مشترک دارند، می‌توان آن

را ثابت هم کرد؛ اما از نظر آموزشی در این سطح آن را ثابت نمی‌کنیم.



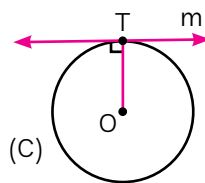
شکل ۴

در اینجا با مفهوم جدیدی به نام مماس آشنا می‌شویم که مفهومی گسترده در ریاضی است. معمولاً کلمه قاطع و مماس بسیار به هم نزدیک هستند. تعریف مماس در شاخه‌های دیگر ریاضی به مفهومی به نام حد نیاز دارد، اما در هندسه و به ویژه در هندسه اقلیدسی، مفهوم مماس را در سطح بسیار محدود به کار می‌بریم. بنابراین تعریفی را بیان می‌کنیم که در اینجا فقط ویژه دایره است. هرچند شاید تصور آن برای شما که اولین بار با این مفهوم آشنا می‌شوید کمی چالش برانگیز باشد، اما چون به طور شهودی مشخص است، معمولاً مشکل را کمتر می‌کند.

در واقع خط مماس بر دایره خطی است که با دایره فقط یک نقطه مشترک دارد، در مقابل خط قاطع که با دایره دو نقطه مشترک دارد. اجازه بدهید ابتدا تعریف را بیان کنیم. سپس با توجه به ویژگی‌هایی که وجود دارند، مفهوم بیشتر آشکار خواهد شد.

تعریف: خط مماس بر دایره خطی است که در صفحه دایره قرار دارد و با آن فقط یک نقطه مشترک دارد. آن نقطه مشترک را نقطه مماس می‌نامند.

در شکل ۵، خط m در نقطه T مماس است. تنها نقطه مشترک این خط و دایره فقط نقطه T است. هرگاه از O مرکز دایره به نقطه تماس یعنی T وصل کنیم، OT را شعاع نقطه تماس می‌نامند. اما در اینجا ویژگی بسیار مهمی پدید می‌آید که از تعریف خود خط مماس کاربردی‌تر است.



شکل ۵

وقتی شعاع نقطه تماس را رسم می‌کنیم این شعاع بر خط مماس در نقطه T عمود می‌شود. این ویژگی مهم را ثابت خواهیم کرد. ابتدا لازم است توضیح دهیم که هرگاه فاصله مرکز دایره تا خط m که در صفحه دایره واقع است از شعاع دایره بیشتر باشد، یعنی $OH > R$ ، آنگاه واضح است که فاصله مرکز دایره تا هر نقطه دیگر خط m مانند M نیز از R بیشتر است. زیرا OH بر m عمود است و برای هر نقطه دیگر

